全学統一入試（2月3日実施） 地歴・公民・数学の選択問題の[略解]

1

(1) 数A 整数の性質

$2020 = \boxed{2}^{\boxed{2}} \cdot \boxed{5} \cdot \boxed{101}$

2020の正の約数の個数は $3 \times 2 \times 2 = \boxed{12}$ 個あり、その和は

$(1+2+4)\cdot(1+5)\cdot(1+101) = \boxed{4284}$

(2) 数I 数と式

$$a = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{5-3} = 4+\sqrt{15}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{4+\sqrt{15}} = \frac{4-\sqrt{15}}{16-15} = 4-\sqrt{15}$$

よって

$$a+\frac{1}{a} = \boxed{8} \qquad a-\frac{1}{a} = \boxed{2}\sqrt{\boxed{15}}$$

これより

$$a^3-\frac{1}{a^3} = \left(a-\frac{1}{a}\right)\left(a^2+1+\frac{1}{a^2}\right) = 2\sqrt{15}\left\{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-1\right\}$$

$$= 2\sqrt{15} \times 63 = \boxed{126}\sqrt{\boxed{15}}$$

(3) 数I 図形と計量

$BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ $\angle ABC = \theta$ とおくと

余弦定理より

$$\cos\theta = \frac{c^2+a^2-b^2}{2ca} = \frac{25+64-49}{2\cdot5\cdot8} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore\ \theta = \boxed{60}^\circ$$

また

$$S = \triangle ABC$$
$$= \frac{1}{2}ca\sin 60^\circ$$
$$= \frac{1}{2}\cdot5\cdot8\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= \boxed{10}\sqrt{\boxed{3}}$$

さらに

$S = \frac{1}{2}r(a+b+c)$ より

$$r = \frac{2S}{a+b+c} = \frac{2\cdot10\sqrt{3}}{20} = \sqrt{\boxed{3}}$$

※本資料の一部または全部を無断で転載および複製することを禁じます。

(4) 数A 確率

サイコロを3回投げて出た目の積が2の倍数となる事象をA，3の倍数となる事象をBとおくと，6の倍数となる事象は $A \cap B$ で

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{\boxed{7}}{\boxed{8}}$$

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{\boxed{19}}{\boxed{27}}$$

また

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= 1 - P(\overline{A \cap B}) \\ &= 1 - P(\bar{A} \cup \bar{B}) \\ &= 1 - \{P(\bar{A}) + P(\bar{B}) - P(\bar{A} \cap \bar{B})\} \\ &= 1 - \left(\frac{1}{8} + \frac{8}{27} - \frac{1}{27}\right) \\ &= \frac{\boxed{133}}{\boxed{216}} \end{aligned}$$

$\boxed{2}$ 数I 2次関数の応用 数II 微分・積分

$$f(x) = x^2 - 6|x| + 2x$$

(1) $x < 0$ のときは

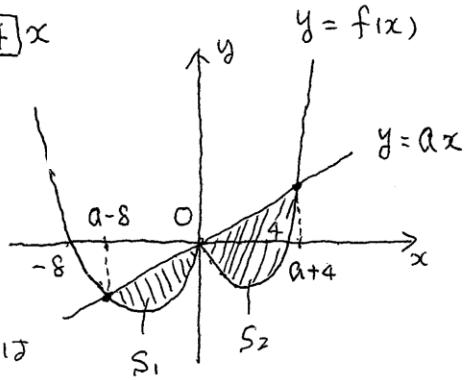
$$f(x) = x^2 + 6x + 2x = x^2 + \boxed{8}x$$

$x \geqq 0$ のときは

$$f(x) = x^2 - 6x + 2x = x^2 - \boxed{4}x$$

(2)

$$f(x) = \begin{cases} x(x+8) & (x < 0) \\ x(x-4) & (0 \leqq x) \end{cases}$$



$x < 0$ のとき $y = f(x)$ と $y = ax$ が $x < 0$ の範囲に共有点を持つのは

$$x^2 + 8x = ax$$

$$x(x + 8 - a) = 0$$

$$\therefore x = 0,\ a - 8$$

より $a - 8 < 0$

$$\therefore a < \boxed{8}$$

※本資料の一部または全部を無断で転載および複製することを禁じます。

$x \geqq 0$ のとき $y=f(x)$ と $y=ax$ が $x>0$ の範囲に共有点を持つのは

$$x^2-4x=ax$$
$$x(x-4-a)=0$$
$$x=0,\ a+4$$

より $a+4>0$

$$\therefore\ a>-\boxed{4}$$

よって $y=f(x)$ と $y=ax$ が共有点を3個もつとき a の値の範囲は

$$-\boxed{4}<a<\boxed{8}$$

であり、共有点の x 座標は $x=a-8,\ 0,\ a+4$ なので

$$x=\boxed{⓪},\ \boxed{②},\ \boxed{③}$$

(3)

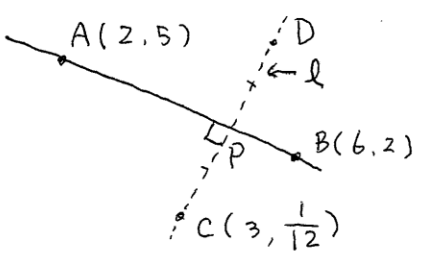
$$S_1=-\int_{a-8}^{0} x\{x-(a-8)\}dx=\frac{1}{6}(8-a)^3$$
$$=\frac{1}{\boxed{6}}(-a^3+\boxed{24}a^2-\boxed{192}a+\boxed{512})$$

$$S_2=-\int_{0}^{a+4} x\{x-(a+4)\}dx=\frac{1}{6}(a+4)^3$$
$$=\frac{1}{\boxed{6}}(a^3+\boxed{12}a^2+\boxed{48}a+\boxed{64})$$

$$\therefore\ S=S_1+S_2=\frac{1}{6}(36a^2-144a+576)$$
$$=6a^2-24a+96$$
$$=6(a-2)^2+72 \quad (-4<a<8)$$

より S は $a=\boxed{2}$ のとき最小値 $\boxed{72}$ をとる。

3 数B 平面ベクトル



(1) 点Pは直線AB上にあるので

$$\overrightarrow{BP}=s\overrightarrow{BA} \quad (s\text{は実数})$$

と表せ、これより

$$\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OB}=s(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB})$$
$$\therefore\ \overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+(\boxed{1}-s)\overrightarrow{OB}$$

※本資料の一部または全部を無断で転載および複製することを禁じます。

と表すことができる．よって

$\overrightarrow{OP} = s(2, 5) + (1-s)(6, 2)$

$= (-\boxed{4}s + \boxed{6}, \boxed{3}s + \boxed{2})$ …①

(2)

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (\boxed{4}, -\boxed{3})$ であるから $\overrightarrow{AB}$ と垂直なベクトルの1つとして $\vec{u} = (3, \boxed{4})$ がある．

点Pは直線 l 上の点であるから実数 t を用いて

$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OC} + t\vec{u} = (3, \frac{1}{12}) + t(3, 4)$

$= (\boxed{3}t + \boxed{3}, \boxed{4}t + \frac{\boxed{1}}{\boxed{12}})$ …②

(3) ①, ② より

$$\begin{cases} -4s + 6 = 3t + 3 \\ 3s + 2 = 4t + \frac{1}{12} \end{cases}$$

これを解いて $s = \frac{1}{4}$, $t = \frac{\boxed{2}}{\boxed{3}}$ $\therefore P(\boxed{5}, \frac{\boxed{11}}{\boxed{4}})$

また，点Dは l 上の点なので実数 m を用いて

$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OC} + m\vec{u}$

と表せるが，点Pは CD の中点なので

$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$ $\therefore \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OC} = (7, \frac{55}{12})$

また $m\vec{u} = 2\overrightarrow{CP}$ より

$m(3, 4) = (4, \frac{16}{3})$

$\therefore m = \frac{\boxed{4}}{\boxed{3}}$

であり点Dの座標は

$(\boxed{7}, \frac{\boxed{55}}{\boxed{12}})$

※本資料の一部または全部を無断で転載および複製することを禁じます。

《問題の分析と対策》

① 全学統一入試（2/3）

1 小問集合

(1) 数A「整数の性質」 素因数分解，約数の個数と和 （基本）

(2) 数I「数と式」 分母の有理化，数と式，a^3-b^3 の因数分解 （基本）

(3) 数I「図形と計量」 余弦定理，三角形の面積公式，内接円の半径 （標準）

(4) 数A「確率」 余事象の確率，包除原理，ド・モルガンの法則 （標準）

2 数I「2次関数の応用」数II「微分・積分」

(1) 絶対値の場合分け （基本）

(2) 放物線の一部と直線が共有点を持つ条件，共有点の x 座標 （標準）

(3) 放物線と直線の囲む部分の面積（$\frac{1}{6}$公式），面積の和を2次関数で表し最小値を求める。（標準）

3 数B「平面ベクトル」

(1) 共線条件から直線上の点のパラメータ表示 （標準）

(2) 法線ベクトル，直線のベクトル方程式から直線上の点のパラメータ表示 （標準）

(3) (1)と(2)でパラメータ表示した同じ点の成分を比較してパラメータの値を求め点を決定，線対称の点をベクトルを用いて求める （標準）

（傾向と対策） いずれも基本～標準レベルの頻出問題であり60分の時間があれば全問解くには十分である。学校の授業で利用 ミであろう 傍用問題集の基本～標準問題をしっかりとやり込んでいれば手の出ない問題はない。昨年と比べても特に易化した訳ではないのであまり難問に手を出すより標準的な問題，典型的・頻出問題を中心に取り組んでおくと良い。

② 全学統一入試（2/3） 理工学部

1 小問集合

(1) 数I「数と式」 因数分解 （標準）

(2) 数A「整数の性質」 不定方程式の解を最大公約数より決定 （標準）

※本資料の一部または全部を無断で転載および複製することを禁じます。

(3) 数Ⅰ「データの分析」 平均値と分散よりデータを決定 (標準)

(4) 数Ⅱ「三角関数」 $\tan\theta$ の2次方程式を解き θ を決定 (標準)

(5) 数Ⅱ「指数・対数関数」 底の変換公式、式と計算 (標準)

2 数A「個数の処理」

区別できない4個の球、区別できる4個の球、計8個の球の分配の仕方の数 (標準〜やや難)

(1) 4個ずつ2人に分ける

(i) は (ii) の誘導

(2) 数を決めず2人に分ける

(i) (ii) は (iii) の誘導

(3) 2個ずつ4人に分ける

(i) (ii) は (iii) の誘導

3 数B「空間ベクトル」

(1) 直線のなす角とベクトルのなす角、内積計算 (標準)

(2) 成分計算から方程式を立式する (標準)

(3) (2)で求めた方程式が円を表すときと、放物線を表すときを決定 (標準)

4 と 5 は一方を選択

4 数Ⅲ「微分・積分」

(1) 3次関数のグラフを平行移動したグラフの方程式を求める (基本)

(2) 2つの3次関数のグラフの共有点の x 座標を [illegible] 二次方程式の作成 解と係数の関係、対称式 (標準)

(3) 2つの3次関数のグラフによって囲まれた部分の面積 S の計算 ($\frac{1}{6}$公式)、$t^{\frac{2}{3}}=u$ という置換により実質4次関数の微分の問題に帰着させ最大値を求める (標準)

5 数Ⅲ「関数の極限」「微分・積分」「いろいろな関数」

(1) 分数関数の微分、曲線上の点における接線の方程式 (標準)

(2) 曲線と接線の共有点の x 座標を求める2次方程式の作成

※本資料の一部または全部を無断で転載および複製することを禁じます。

解と係数の関係、対称式（標準）

(3) 回転体の体積計算、極限値が有限値で存在する条件（標準）

（傾向と対策）分量、難易度ともに昨年並み。標準的な問題がほとんどであるが計算量が多目なので時間をとられる可能性がやや大きい。また2の個数の処理は意外と苦戦する人が多いと思われる。もれなくかぶらず数えることの基本がしっかりと身についていないと混乱してしまう。4は数Ⅱの5は数Ⅲの「微分・積分」がメインの問題になっているが計算力が必要不可欠である。標準的な入試問題集（教科書傍用問題集の標準問題）で計算力、思考力をしっかりと鍛えておくことが大切である。

③ 一般入試（2/7）

1 小問集合

(1) 数Ⅰ「2次方程式」重解条件と重解を求める（基本）

(2) 数Ⅱ「図形と方程式」2円が2交点で交わるとき、2円の中心と1つの交点で作る三角形の面積が最大になるとき。（標準）

(3) 数Ⅲ「三角関数」三角方程式・合成（標準）

2 数Ⅱ「指数・対数」「微分法」

$t=3^x+3^{-x}$ の置換により3次関数に帰着させ、相加・相乗平均の大小関係より t の定義域を求め微分して増減表から最小値を求め、その時の x の値も求める（標準）

3 数A「個数の処理と確率」

(1)(2)(3) 最短経路の数（標準）

(4) 最短経路と確率（標準）

4 数B「空間ベクトル」

(1) 正三角形と外接円の半径、正三角形の面積（標準）

(2) 正三角錐の体積（標準）

※本資料の一部または全部を無断で転載および複製することを禁じます。

(3) 空間座標から内積，ベクトルのなす角の余弦．（標準）

（傾向と対策）
決して難しい問題ではないが，合成や相加・相乗などポイントとなる考え方が見抜けないと解けない．みたいな問題も見られるので標準的な問題集で解答を理解した時にそれぞれの問題におけるポイントがどこにあるのかを意識しながら解法を覚えていくようにしていくと良いでしょう．

④ 一般入試（2/8）

1 小問集合

(1) 数A「確率」サイコロの目と確率．余事象（標準）

(2) 数B「平面ベクトル」成分表示．平行条件．垂直条件（基本）

(3) 数Ⅱ「指数・対数関数」常用対数．桁数と最高位の数字（標準）

2 数A「整数の性質」
素数と組合せ（標準）

3 数Ⅱ「図形と方程式」「微分・積分」

(1) 放物線上の点における接線（基本）

(2) 2直線に接する円の中心（標準）

(3) 放物線と接線，x軸で囲まれた部分の面積

(4) 円と2接線の囲む部分の面積（標準）

4 数B「数列」

(1)(2) 和 S_n から a_3，a_n を求める（標準）

(3) （等差数列）×（等比数列）タイプの和の計算（標準）

(4) 指数不等式（標準）

（傾向と対策） 2/7 入試と比べると少し難しい．標準的な問題ではあるが

※本資料の一部または全部を無断で転載および複製することを禁じます。

典型的ではない問題（2.3）に苦戦すると予想される。教科書傍用問題集で標準的な問題をやり込んでおけば十分に対応できる

⑤ 一般入試（2/9）理工学部

1 小問集合

(1) 数Ⅰ「数と式」 因数分解（基本）

(2) 数Ⅱ「数と式」 3乗の展開（基本）

(3) 数A「整数の性質」 循環小数を分数表示する（基本）

(4) 数A「整数の性質」 不定方程式・不等式の立式から解く（標準）

(5) 数Ⅱ「積分」 積分方程式（標準）

(6) 数Ⅱ「高次方程式」 剰余の定理（標準）

2 数A「個数の処理」

5人の組分けの色々なパターン（標準）

3 小問集合

(1) 数A「図形の性質」 三角形の内心（標準）

(2) 数A「図形の性質」 接弦定理（標準）

(3) 数B「平面ベクトル」 正六角形と内積（基本）

4 数B「数列」

3桁の自然数と等差数列の和（標準）

5と6は一方を選択

5 小問集合

(1) 数Ⅱ「対数関数」 対数関数から2次関数の最大・最小（標準）

(2) 数Ⅱ「図形と方程式」 極と極線（標準）

6 数Ⅲ「複素数平面」

(1)〜(3) 複素数平面上での点の回転（標準）

※本資料の一部または全部を無断で転載および複製することを禁じます。

（傾向と対策）

昨年並みの量と難易度と言える。微分・積分の量がやや少な目だったが 2 3 に意外と苦戦するかも知れません。1 の小問は (4) にとまどう人が結構でそう 6 は回転移動がしっかり分かっていれば比較的簡単です。標準的な問題集をしっかりとやり込んでいればいずれも対応できる問題ばかりなので難問を解くより標準・典型問題中心の学習をしましょう。

※本資料の一部または全部を無断で転載および複製することを禁じます。